

Prof. Dr. Alfred Toth

## Elementare Kategoriethorie geordneter qualitativer Zahlen

1. In Toth (2018a) hatten wir gezeigt, daß für jedes Paar  $P = (A, B)$  ordnende und geordnete Abbildungen durch

$\text{ord}: A \rightarrow B$

$\text{ord}^{-1}: B \rightarrow A$

definiert werden können und daß die beiden einander konversen Operatoren durch folgendes Quadrupel von Paaren von Operatoren subkategorisiert werden können

	$\text{ord}$	$\text{ord}^{-1}$
$\text{ord}$	$\text{ordord}$	$\text{ordord}^{-1}$
$\text{ord}^{-1}$	$\text{ord}^{-1}\text{ord}$	$\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$

Schließlich konnten wir in Toth (2018b) zeigen, daß diesem Quadrupel-Schema die dreifache gradative Objektabhängigkeit zugrunde liegt.

SATZ 1. Der nicht-iterierte Operator  $\text{ord}^{-1}$  induziert in den Subkategorisierungen ontischer Geordnetheit 1- oder 2-seitige Objektabhängigkeit.

SATZ 2. Durch den Operator  $\text{ordord}$  subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-seitig objektabhängig.

SATZ 3. Durch den Operator  $\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$  subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-, 1- oder 2-seitig objektabhängig.

Danach haben wir also die folgenden Korrespondenzen zwischen den Sätzen, den Operatoren und dem jeweiligen Grad von Objektabhängigkeit.

Satz 2       $\text{ordord}$       0

Satz 1       $\text{ord}^{-1}$       1, 2

Satz 3       $\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$       0, 1, 2.

Man beachte, daß die „generative“ (Bense) Mengeninklusion von

$O = (0, ((1, 2), (0, 1, 2)))$

Isomorph ist derjenigen der Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$$Z = (M, ((M, O), (M, O, I))).$$

SATZ 4. Die dreifach gradative Objektabhängigkeit ist ontisch-semiotisch isomorph der dreifach gradativen („generativen“) Inklusion trichotomischer Objektbezüge.

2. Bekanntlich wurde die qualitative, ortsfunktionale Zahl durch

$$Z = f(\omega)$$

definiert (vgl. Toth 2016). Ortsfunktionale Zahlen können nicht nur linear (horizontal), wie die Peanozahlen, d.h. adjazent, sondern auch subjazent (vertikal) und transjazent (diagonal) gezählt werden, wobei sie in Zahlfeldern auftreten, d.h. Zahlen der Form  $Z = f(\omega)$  sind 2-dimensional.

### 2.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
 \end{array}$$

### 2.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
 y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

### 2.3. Transjuzente Zählweise

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j \\
 \emptyset_i & y_j & y_i & \emptyset_j \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset_i & y_j & y_i & \emptyset_j \\
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset_j & x_i & x_j & \emptyset_i \\
 y_j & \emptyset_i & \emptyset_j & y_i \\
 & \times & & \times \\
 y_j & \emptyset_i & \emptyset_j & y_i \\
 \emptyset_j & x_i & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

Ortsfunktionale Zahlen korrespondieren daher mit dem ontischen Raumfeld-Modell (vgl. Toth 2014), das die allgemeine Form

h→l	h	r→h
l	x	r
l→v	v	v→r

hat.

**SATZ 5.** Zwischen einem qualitativen Zahlenfeld und einem ontischen Raumfeld besteht eine qualitative arithmetisch-geometrische Isomorphierelation.

Wir können daher das obige Raumfeld sofort mit Hilfe von qualitativen Zahlen ausdrücken

2→3	2	1→2
3	0	1
3→4	4	4→1

Dabei erhalten wir, wie in Toth (2018c) gezeigt, folgende Morphismen für geordnete qualitative Zahlen

### Adjazente Morphismen

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ordord-1}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{ADJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

### Subjazente Morphismen

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ordord-1}} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{SUBJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$$

### Transjazente Morphismen

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ordord-1}} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset)$$

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow)$$

$$K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow).$$

Als Memorandum wechselt also die Pfeilrichtung wie folgt bei den drei Zählweisen

Adjazenz: 1 und 3

Subjazenz: 2 und 4

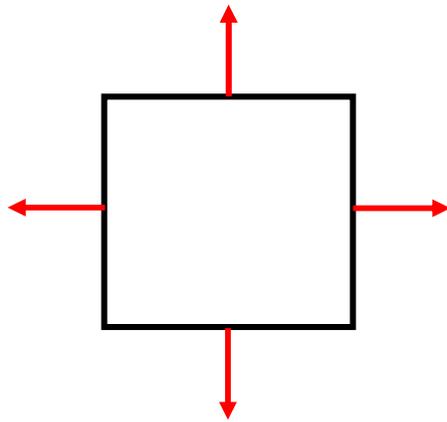
Transjazenz hauptdiagonal: (4→1) und (2→3)

Transjazenz nebendiagonal: (3→4) und (1→2).

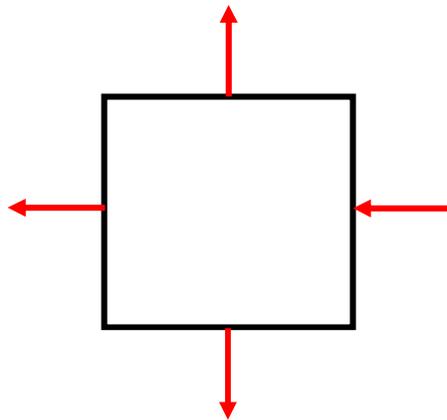
3. Ontotopologische Strukturtypen für Morphismen geordneter qualitativer Zahlen

3.1. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Adjazenz

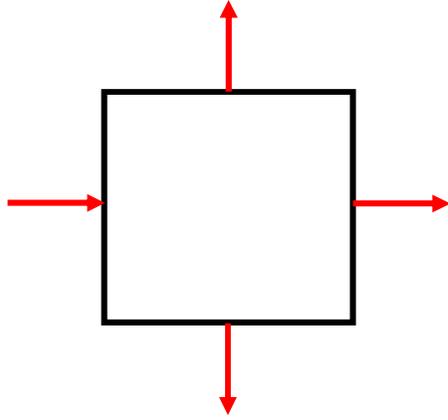
3.1.1.  $K^{\text{ADJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$



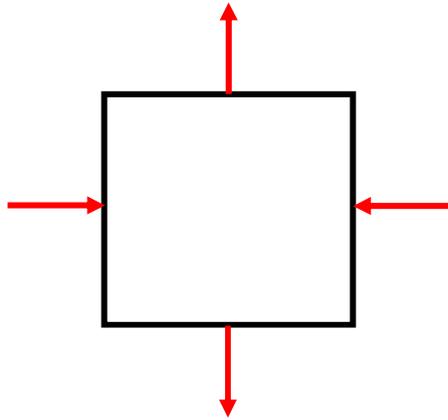
3.1.2.  $K^{\text{ADJ}}_{\text{ordord-1}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$



3.1.3.  $K^{\text{ADJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

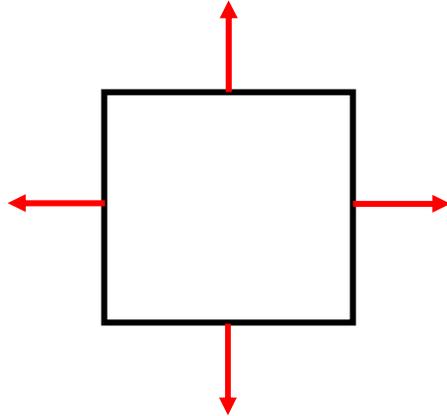


3.1.4.  $K^{\text{ADJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

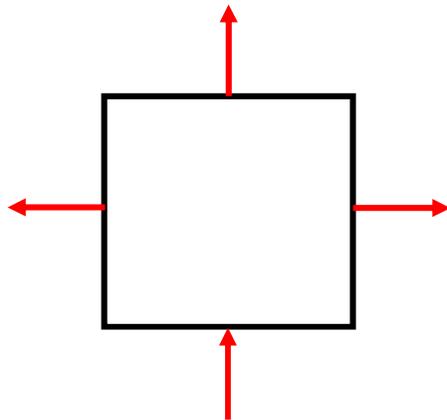


## 3.2. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Subjanz

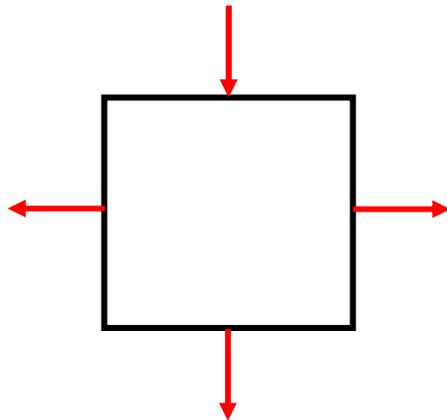
3.2.1.  $K^{\text{SUBJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$



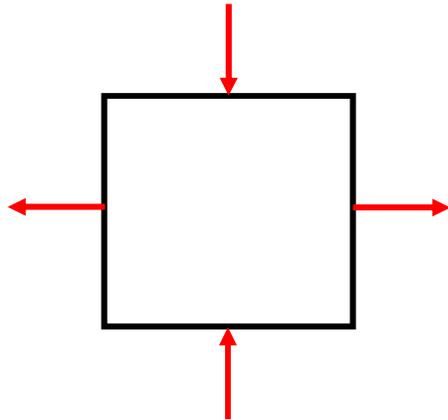
3.2.2.  $K^{\text{SUBJ}}_{\text{ordord-1}} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$



3.2.3.  $K^{\text{SUBJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

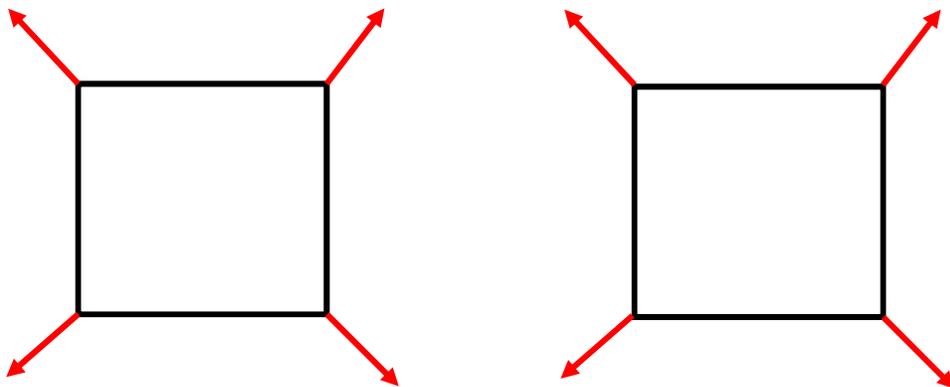


3.2.4.  $K^{\text{SUBJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

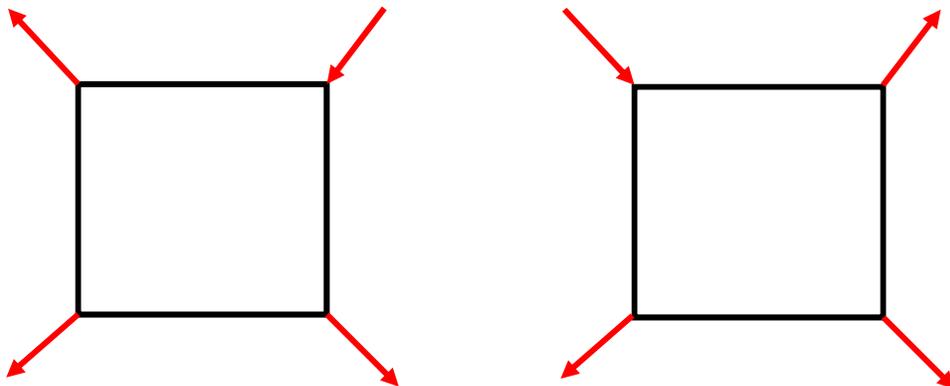


### 3.3. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Transjanzenz

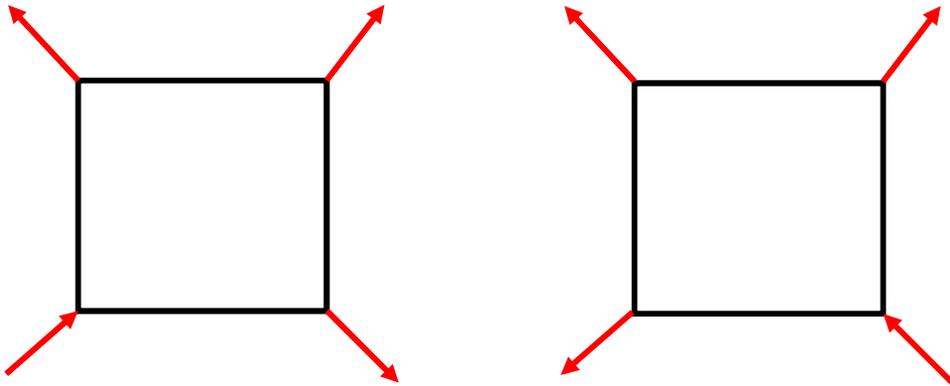
3.3.1.  $K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ordord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$



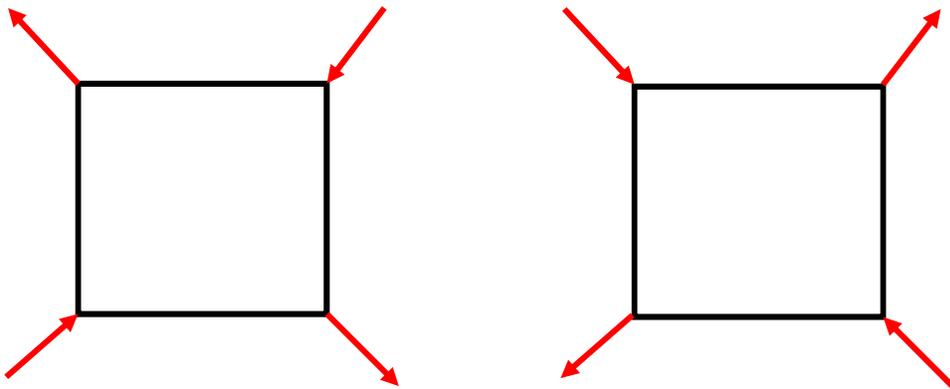
3.3.2.  $K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ordord-1}} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset)$



3.3.3.  $K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ord-1ord}} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow)$



3.3.4.  $K^{\text{TRANSJ}}_{\text{ord-1ord-1}} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow)$ .



## Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit bei Stufigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018a

Toth, Alfred, Subkategorisierte Geordnetheit und Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018b

Toth, Alfred, Ontotopologische Strukturtypen von Geordnetheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018c

22.9.2018